

KIRSTEN BIEDERMANN · ANDERS FLORÉN · PHILIPPE JEANJACQUOT · DIONYSIS KONSTANTINOU · CORINA TOMA

# NYOMÁS ALATT



labda, tömeg, mérleg, pumpa, nyomás, ideális gáz, rugalmas ütközés, ütközési együttható

fizika, matematika, IKT

Ezt a tanegységet különböző korú tanulókkal lehet használni, elsősorban az általános iskola felső tagozatában és középiskolában. Minden rész különféle szintekhez igazítható:

1. szint: Általános iskola (9–12 év)
2. szint: Általános iskola (felső tagozat, 12–15 év)
3. szint: Középiskola (15–18 év)

## 1 | ÖSSZEFOGLALÓ

Vajon mennyire fontos a játék szempontjából a labdában lévő nyomás? Ez a tanegység olyan feladatokat mutat be, amelyek a nyomás vizsgálatával kapcsolatosak. Az első feladat a labdában lévő levegő tömegének mérésével kezdődik, és kiemeli, hogy egyenes arányban áll a belső nyomással. A második feladat azt vizsgálja, milyen összefüggés van az első ütközés vagy pattanás után elért maximális magasság és a labda belsejében lévő nyomás között, emellett bemutatja a talaj felületi jellemzőinek fontosságát.

## 2 | ELMÉLETI BEVEZETŐ

Célunk, hogy hangsúlyozzuk: a tanulók egyszerű kísérletekkel megmérhetik a labdában lévő levegő tömegét, majd ellenőrizhetik a nyomás és tömeg közötti lineáris összefüggést az ideális gázok törvényének megfelelően. Ezután megvizsgálhatják a nyomás szerepét az ütközés folyamatában, és alkalmazhatják az energiamegmaradás törvényét.

### 2 | 1. rész: A levegő tömege és a nyomás

A feladatok részletes leírása *A tanulók tevékenysége* c. részben található.

#### 1. szint:

Két különböző feladat végezhető el egymástól függetlenül. Az elsőt a levegő tömegével és labdában lévő levegő tömegének mérési módszerével foglalkozunk. Kérdéseket tehetünk fel a tanulóknak, például: „Hogyan határozható meg a labdában lévő levegő tömege?” A tanulók kísérleteket javasolhatnak és végezhetnek el, például mérleget használhatnak a leeresztett és felfújt labda tömegének megmérésére. A második feladatban a tanulóknak a labda térfogatára és olyan módszerekre kell koncentrálniuk, amelyekkel meghatározható a labda térfogata (például egy vödör vízzel).

#### 2. szint:

Mérjük meg a labdában lévő levegő tömegét különböző nyomásértékeken. Találjuk meg az összefüggést a levegő nyomása és tömege között (feltéve, hogy a labda térfogata állandó marad a nyomás növekedésekor). A tanulók grafikonnal hasonlíthatják össze tömeg- és nyomásértékeket. A tanulók a labda térfogatát is megmérhetik. Ezzel a kísérlettel a labdára ható felhajtóerő (levegőben) is meghatározható.

gátát is megmérhetik. Ezzel a kísérlettel a labdára ható felhajtóerő (levegőben) is meghatározható.

#### 3. szint:

A tanulók ugyanazokat a kísérleteket végezhetik el, mint a második szinten. Összevethetik a labda tömege és a labdában lévő levegő nyomása közötti összefüggést ábrázoló grafikonokat az ideális gázok törvényével, és a grafikon meredeksége alapján kiszámíthatják a levegő különböző paramétereit.

## 2 | 2. rész: A felpattanási magasság és a nyomás

#### 1. szint:

Koncentráljunk a magasságkülönbségekre (alkalmazzunk kvalitatív megközelítést): Ejtsünk le két labdát azonos magasságból, és jegyezzük fel a különböző nyomásértékek közvetlen hatását. Válasszuk ki a módszert és a gyűjteni kívánt adatokat. Ezután gyűjtsük össze az adatokat, majd vitassuk meg a többiekkel a kísérlet után.

#### 2. szint:

Koncentráljunk a magasságkülönbségekre (alkalmazzunk kvalitatív megközelítést): Mérjük meg a maximális magasságot az első visszapattanás után, majd ismételjük meg a kísérletet tízszer. Dokumentáljuk a magasságot, például készítsünk nagy képkockasebességű felvételt az okostelefonunkkal. Tájékozódjunk azokról a véletlenszerű és egyéb tényezőkről, amelyek befolyásolják az eredményeket, és számítsuk ki a labda visszapattanásának átlagmagasságát.

#### 3. szint:

Az adatok elemzéséhez alkalmazzuk a szabadesés matematikai modelljét. A 2. szinttől kezdve az  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$  képlettel, valamint a kísérlet elején lejegyzett energiaértékből és az első ütközés után mért értékekből ( $h = 1$  m vagy más érték) származó adatokból számítsuk ki az energiaveszteséget. A tanulók egy ütközés idejét és az első ütközés maximális sebességét is kiszámíthatják, majd megpróbálhatják megmérni. Ezenfelül összehasonlíthatják a helyzeti (potenciális) és a mozgási (kinetikus) energia értékét ( $E_{pot}$  és  $E_{kin}$ ), továbbá kiszámíthatják az ütközési együtthatót (lásd: 3.2.1).

$E_{pot}$ : helyzeti energia [J]

$m$ : a labda tömege [g]

$g$ : nehézségi gyorsulás;  $g = 9,81 \frac{m}{s^2} = 9,81 \frac{N}{kg}$

$h$ : a labda által elért magasság [m]

A kísérlet 2. része különféle felületeken, például fűvön, parketán, aszfalton, betonon, vizes fűvön, rövidre vágott vagy hosszú fűvön és homokos talajon is elvégezhető. A tanulók minden alkalommal elmondhatják feltételezéseiket, megvitathatják azokat a többiekkel, és különféle szinteken elemezhetik a kísérleteket. Ezenfelül táblázatban rögzíthetik azokat a nyomásértékeket, amelyek ahhoz szükségesek, hogy a labda különböző

felületekről (például különféle stadionokban) azonos magasságra pattanjon vissza.

### 3 | A TANULÓK TEVÉKENYSÉGE

Ez a tanegység két részből áll: a labdában lévő gáz tömegének és a labda belső nyomásának méréséből, valamint a visszapat-tanás magassága és a labda belső nyomása közötti összefü-gés méréséből.

A nyomás kétféleképpen mérhető, illetve határozható meg.

A relatív nyomás a belső nyomás és a légköri nyomás különb-sége, és nyomásmérővel mérjük. Az így kapott nyomásértéket használjuk az 1. részben.

Az abszolút nyomás a nyomásértékek összege. Az így kapott nyomásértéket használjuk a 2. részben.

#### 3 | 1. rész: A gáz tömegének és nyomásának meghatá-rozása

Szükséges eszközök: pumpa, manometer (nyomásmérő), mér-leg (0,1 g pontosságú és 0–1 000 g mérési tartományú), a labda felfújására alkalmas szelep, mérlegre helyezhető tál (amibe a labda kerül) és focilabda.

Ha az iskolának nincsenek meg a szükséges eszközei, nem szükséges drága berendezéseket venni.



1. ÁBRA Labda a vödörben

(A legegyszerűbb egy manométeres pumpát beszerezni. Ha nincs, olcsó autós kompresszor is megteszi, mert a szelepe a focilabdához is használható.)

#### 3 | 1 | 1 Eljárás

A következőkben bemutatjuk a javasolt eljárás részleteit. A tanulócsoport szintjének nem megfelelő részek elhagyhatók.



2. ÁBRA Vízsint mérése a térfogat megállapításához

#### ▪ A felfújt és leeresztett labda térfogatának mérése

A labda térfogata egy vödör vízzel is megmérhető a kiszorít-tott vízmennyiség alapján. A focilabda külseje bőrből készült, ezért magába szívhatja a vizet, ami növeli a labda tömegét. Ezt úgy előzhetjük meg, ha nejlonzacskóba csomagoljuk a labdát. A labdára ható víznyomástól a zacskó a labda felüle-téhez tapad. A térfogat értékén ez nem változtat.

Ha zacskó nélkül végezzük el a kísérletet, először végezzük el a tömegmérést.

A térfogat a vödörben lévő vízszint alapján mérhető. Ha a tanuló-k nem tudják kiszámítani a vödörben lévő víz térfogatát, töltsük tele a vödört, nyomjuk a labdát a víz alá, és mérjük meg a vödörből kifolyó víz térfogatát.

Ebben az esetben a leeresztett labda térfogata 1,65 l, a felfújt labdáé pedig 5 l. A labdában lévő levegő térfogata ezért

$$5 \text{ l} - 1,65 \text{ l} = 3,35 \text{ l}.$$


3. ÁBRA Labda a mérlegen



4. ÁBRA Leeresztett labda tömegének mérése

▪ **A felfújt labda tömegének mérése**

Tegyük az üvegedényt a mérlegre, táráljuk a mérleget, tegyük a labdát a tálba, és mérjük meg a tömegét.

Ebben a kísérletben 0,1 g pontosságú (0–1 000 g mérési tartományú) mérleget, egy focilabdát és egy manométeres pumpát használunk.

▪ **A leeresztett labda tömegének mérése**

(például:  $m_{labda} = 408,0 \text{ g}$ )

▪ **Fújuk fel a labdát, hogy a külső és belső nyomás azonos legyen**

A külső és belső nyomás közötti különbség, azaz a relatív nyomás értéke  $P = 0 \text{ bar}$ . Mérjük meg a labda tömegét:  $m_{labda} = 408,0 \text{ g}$  (Ugyanaz, mint az előző mérésnél!).

3 | 2 **Elemzés: Miért nincs különbség a leeresztett és a felfújt labda tömege között?**

- **Tipp:** A minket körülvevő levegő folyadékként viselkedik, és olyan erővel hat, mint a testek vízbe merítésekor keletkező erő.
- **Válasz:** A labdában lévő levegő súlyát kiegyenlíti a labdát körülvevő levegő felhajtóereje.
- Mérjük meg a labdában lévő levegő tömegét egy másik nyomásértéken. A manométer a relatív nyomást mutatja.
- Írjuk be az adatokat egy táblázatba. Megmérhetjük a relatív nyomáshoz tartozó tömeget  $P = 0,35 \text{ bar}$ ;  $P = 0,5 \text{ bar}$ ;  $P = 0,6 \text{ bar}$ ;  $P = 0,75 \text{ bar}$ ;  $P = 0,9 \text{ bar}$ ;  $P = 1,05 \text{ bar}$  értéken, de más nyomásértékeket is választhatunk.
- Rajzoljuk fel az  $m$  görbét a  $P$  függvényében.
- Találjuk meg a görbe legjobb illeszkedését (lineáris függvényről van szó).
- Találjuk meg az összefüggést az egyenes meredeksége és az ideális gázok törvénye között:  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

A tanár adhat némi segítséget a tanulóknak az ideális gázok törvényének megértéséhez.

▪ **Első segítség:** A lineáris görbe képlete

$$m_{össz} = a \cdot P + m_{labda}$$

$$\text{vagy } m_{össz} = m_{gáz} + m_{labda}$$

Ez azt jelenti, hogy:  $m_{gáz} = a \cdot P$ .

▪ **Második segítség:**  $n_{gáz} = \frac{m_{gáz}}{M_{gáz}}$ .

$m$ : tömeg [g]

$P$ : relatív nyomás [Pa]

$a$ : a görbe meredekségi együtthatója [ $\frac{\text{g}}{\text{bar}}$ ]

$V$ : térfogat [ $\text{m}^3$ ]

$n$ : anyagmennyiség [mol]

$M$ : moláris tömeg [ $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ]

$R$ : egyetemes gázállandó,  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

$T$ : hőmérséklet [K]

▪ **Harmadik segítség:** A gáz (levegő) kb. 20 % oxigénből és 80 % nitrogénből áll.

$$M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ és } M_{N_2} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

3 | 2 **2. rész: A visszapattanási magasság és a nyomás mérése**

3 | 2 | 1 **Elmélet**

Vajon milyen fontos a labdában lévő légnyomás? Ebben a részben azt mutatjuk be, hogy az  $e$  ütközési együttható (rugalmasság) ettől a nyomásértéktől függ.

Mi az ütközési együttható? Amikor a labda leesik, a talajjal egy bizonyos sebességgel érintkezik. Ezt közeledési sebességnek nevezzük. A rugalmas ütközést követően a távolodási sebesség olyan értékű lesz, amely különbözik a közeledési sebességtől, mivel a kezdeti mozgási energia egy része elvész:

$$e = \frac{v_{\text{távolodás}}}{v_{\text{közelítés}}}$$

Nagyon könnyű kiszámítani ezt az együtthatót, ha megmérjük a labda  $h_1$  kezdeti magasságát (ahonnan leesik), majd megmérjük a visszapattanás utáni  $h_2$  maximális magasságot.

Az energiamegmaradás törvényét alkalmazzuk:

$$mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2} \quad mgh_2 = \frac{mv_2^2}{2}$$

$$\text{Így: } e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

$e$ : ütközési együttható

$v$ : sebesség [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

$m$ : tömeg [g]

$g$ : nehézségi gyorsulás;  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

$h$ : magasság [m]

3 | 2 | 2 **A kísérlet**

Leejtjük a labdát egy adott magasságról ( $h_1$ ), ezután feljegyezzük a visszapattanás után elért magasság értékét ( $h_2$ ). Ezeket a magasságokat a videókon is megmérhetjük.



5. **ÁBRA** Tartsuk a labdát  $h_1$  magasságban (balra); ejtsük le a labdát (jobbra)

A kísérlet különféle labdákkal és felületeken is elvégezhető <sup>[1]</sup>.

4 | **KÖVETKEZTETÉS**

4 | 1 **1. rész: A gáz tömegének és nyomásának mérése**

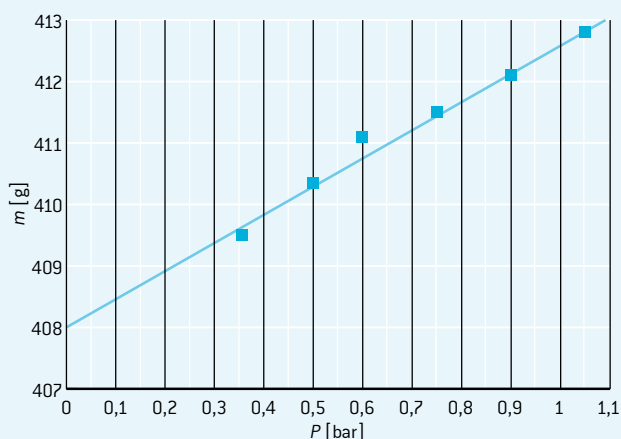
4 | 1 | 1 **Példa a labda tömegének és nyomásának mérésére**

A labda tömege  $m_{labda} = 408,0 \text{ g}$   $P = 0 \text{ bar}$  nyomáson.

A labdában lévő levegő térfogata  $V = 3,35 \text{ l}$ .

6. **ÁBRA**  $m$  [g] és  $P$  [bar] (relatív nyomás)

$P$ [bar]	$m$ [g]
0,75	411,5
0,35	409,5
1,05	412,8
0,9	412,1
0,6	411,1
0,5	410,3



4 | 1 | 2 **Példa az ideális gázok törvényének alkalmazásával történő számításra:**

Ebben az esetben a görbe képlete:  $m = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}} \cdot P + 408,0 \text{ g}$ .

Ahol a 408 az üres labda grammal kifejezett tömege.

vagy  $m_{össz} = a \cdot P + m_{labda}$ .

$m$ : össztömeg [g]

$P$ : nyomás [bar]

$a$ : a görbe meredekségi együtthatója [ $\frac{\text{g}}{\text{bar}}$ ]

Ebben az esetben  $a = 4,5711 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$ .

Az  $a$  értéke az ideális gázok törvényével határozható meg:

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ .

$P$ : nyomás [Pa],  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

$V$ : térfogat [ $\text{m}^3$ ]

$n$ : gázmennyiség [mol]

$R$ : egyetemes gázállandó,  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

$T$ : hőmérséklet [K]

$M$ : moláris tömeg [ $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ]

Ez azt jelenti, hogy  $n_{gáz} = \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$  és  $m_{gáz} = M_{gáz} \cdot \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$

vagy  $m_{gáz} = \frac{M_{gáz} \cdot V}{R \cdot T} \cdot P$

és ahogy a 3.2.1 részben már láttuk:  $m_{gáz} = a \cdot P$ ,

így  $a = \frac{M_{gáz} \cdot V}{R \cdot T}$ .

A gáz (levegő) kb. 20 % oxigénből és 80 % nitrogénből áll.

$M_{gáz} = \frac{20 \cdot M_{O_2} + 80 \cdot M_{N_2}}{100}$

$M_{gáz} = \frac{20 \cdot 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 80 \cdot 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{100}$

$M_{gáz} = 28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ .

A labda esetében

$V = 3,35 \text{ l} = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$

$a = \frac{M_{gáz} \cdot V}{R \cdot T}$

$a = \frac{28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 293 \text{ K}} = 3,96 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{Pa}}$ .

Ezt kapjuk, ha a  $P$  értékét Pa-ban mérjük. Ha a  $P$  értékét barban szeretnénk megadni, meg kell szorozni  $10^5$ -nel (mivel  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ).

$a = 3,96 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$

A görbe legjobb illeszkedése:  $a = 4,57 \frac{\text{g}}{\text{bar}}$ .

Ha összehasonlítjuk a két eredményt, a relatív eltérés:

$$d = \frac{4,57 - 3,96}{4,57} = 0,13.$$

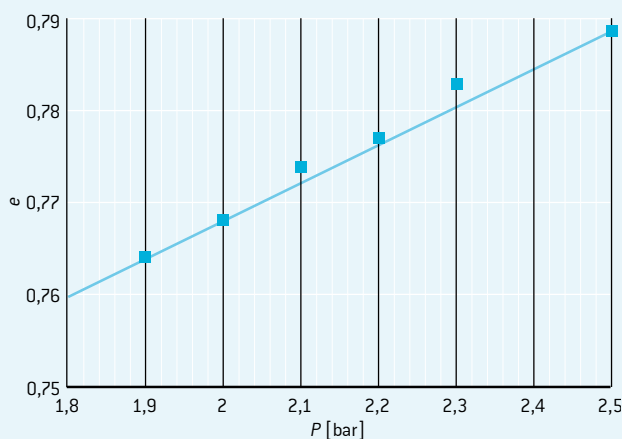
Megvitathatjuk a mérési hibákat: A manométer mérési pontatlansága 0,05 bar 1 baronként. Az üres labdában is lehet valamennyi levegő a térfogat mérésekor.

#### 4 | 2. rész: A visszapattanási magasság és a nyomás mérése

Kísérletünkben megváltoztattuk a légnyomást két különböző labdában, és a következő eredményeket kaptuk:

7. ÁBRA Ütközési együttható  $e$  és abszolút nyomás  $P$  (1. labda)

$P$ [bar]	$e$
1,9	0,764
2,0	0,768
2,1	0,774
2,2	0,777
2,3	0,783
2,5	0,789



A  $P$  az abszolút nyomás barban kifejezve.

Az első labda esetében az összefüggés lineáris, mivel a nyomáseltérés nem számottevő.

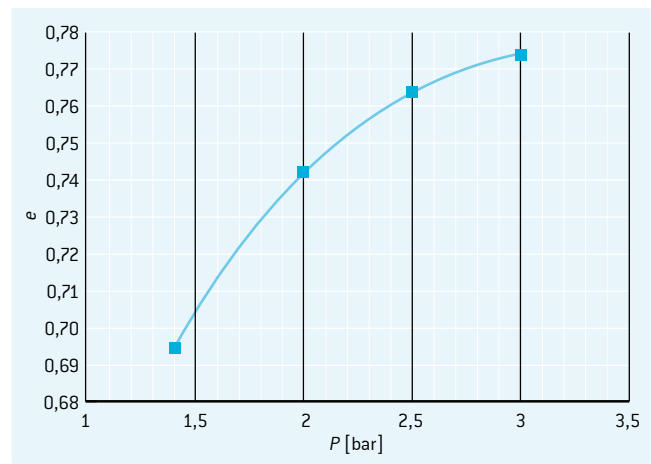
A második labda esetében egy görbét kapunk. Ha a nyomás túl nagy, a labda elveszíti rugalmasságát, és az ütközési együttható határértékhez közelít.

Ebben a két kísérletben a labdát leejtettük a földre, és láthattuk, hogy az ütközési együttható értéke mintegy 0,77 lesz 3 bar nyomáson.

Ezután megváltoztattuk a felszínt, de a belső nyomás értéke 3 bar maradt. Fűvön alacsonyabb volt az ütközési együttható:  $e = 0,57$ . Műfűvön az együttható értéke 0,74<sup>[1]</sup>.

8. ÁBRA Ütközési együttható  $e$  és abszolút nyomás  $P$  (2. labda)

$P$ [bar]	$e$
1,4	0,695
2,0	0,742
2,5	0,764
3,0	0,774



#### 5 | KÖVETKEZTETÉS

A focilabdákon nagyon jól lehet vizsgálni a gáztörvényeket, a nyomás jellemzőit és a visszapattanás hatékonyságát. A tanulók egy egyszerű sporteszköz, a labda vizsgálatával elsajátíthatják a fizika törvényeit. Megismerhetik az összefüggéseket a fizika törvényei – ez esetben az ideális gázok törvénye – és a mindennapi jelenségek között.

A tanegységben szereplő feladatok több korosztály számára is alkalmasak, így a legkisebbek és a legnagyobbak (6–18 év között) is el tudják végezni őket. A feladatok bármilyen tanrendbe könnyen beilleszthetők.

#### 6 | EGYÜTTMŰKÖDÉSI LEHETŐSÉGEK

A focilabdával végzett kísérletek eredményei másokkal is megoszthatók.

Az eredmények megosztásához töltsük le a fájlt, és kövessük az utasításokat<sup>[1]</sup>.

A tanulók megoszthatják egymással ötleteiket a mérési eredmények közötti különbségekről és a kísérletben használt eszközökről. Emellett további labdás kísérleteket is kitalálhatnak: lefilmezhetik például a labda deformálódását az ütközés során, és megvizsgálhatják, milyen hatással van a nyomás a jelenségre.

#### REFERENCIÁK

<sup>[1]</sup> [www.science-on-stage.de/iStage3\\_materials](http://www.science-on-stage.de/iStage3_materials)



# IMPRINT

## TAKEN FROM

iStage 3 - Football in Science Teaching  
available in Czech, English, French, German,  
Hungarian, Polish, Spanish, Swedish  
[www.science-on-stage.eu/istage3](http://www.science-on-stage.eu/istage3)

## PUBLISHED BY

Science on Stage Deutschland e.V.  
Poststraße 4/5  
10178 Berlin · Germany

## REVISION AND TRANSLATION

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH  
[www.transformcologne.de](http://www.transformcologne.de)

## CREDITS

The authors have checked all aspects of copyright for the images and texts used in this publication to the best of their knowledge.

## DESIGN

WEBERSUPIRAN.berlin

## ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH  
[www.tricom-agentur.de](http://www.tricom-agentur.de)

## PLEASE ORDER FROM

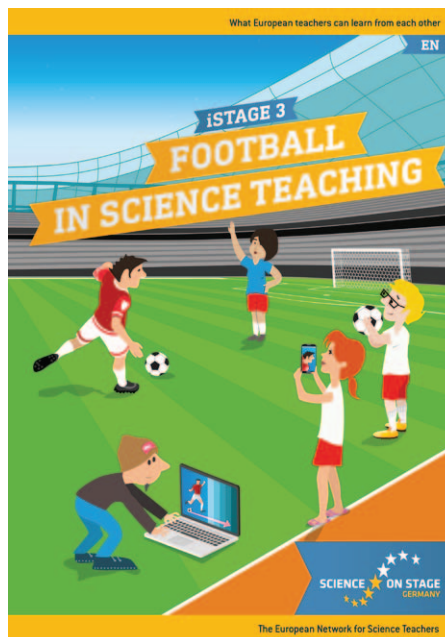
[www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)  
[info@science-on-stage.de](mailto:info@science-on-stage.de)

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial  
Share Alike



First edition published in 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



## SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... is a network of and for science, technology, engineering and mathematics (STEM) teachers of all school levels.
- ... provides a European platform for the exchange of teaching ideas.
- ... highlights the importance of science and technology in schools and among the public.

The main supporter of Science on Stage is the Federation of German Employers' Associations in the Metal and Electrical Engineering Industries (GESAMTMETALL) with its initiative think ING.

Join in - find your country on

[WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU](http://WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU)

 [www.facebook.com/scienceonstageeurope](http://www.facebook.com/scienceonstageeurope)

 [www.twitter.com/ScienceOnStage](http://www.twitter.com/ScienceOnStage)

Subscribe for our newsletter:

 [www.science-on-stage.eu/newsletter](http://www.science-on-stage.eu/newsletter)



MAIN SUPPORTER OF  
SCIENCE ON STAGE GERMANY

think  
ING.  
Die Initiative für  
Ingenieur Nachwuchs

Proudly supported by

